

Verlässliche Echtzeitsysteme

Grundlagen der statischen Programmanalyse

Wintersemester 2024/25

Peter Wägemann

Lehrstuhl für Systemsoftware

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

<https://sys.cs.fau.de>

- Bislang: Testen von Programmen
 - Konzepte, Verfahren, Metriken (s. Kapitel VIII)
 - ⚠ *Dynamische Codeanalyse* (Testen) **meist unzureichend!**

*Program testing can be used to show the presence of bugs, but
never to show their absence.* – Dijkstra, 1972

- Bislang: Testen von Programmen
 - Konzepte, Verfahren, Metriken (s. Kapitel VIII)
 - ⚠ *Dynamische Codeanalyse* (Testen) **meist unzureichend!**

*Program testing can be used to show the presence of bugs, but
never to show their absence.* – Dijkstra, 1972

- ☞ Stichhaltige *Verifikation* funktionaler/nicht-funktionaler Eigenschaften?
 - Automatische *Extraktion* von (semantischen) Programmeigenschaften
 - Algorithmische *Analyse* der Programmsemantik

- Bislang: Testen von Programmen
 - Konzepte, Verfahren, Metriken (s. Kapitel VIII)
 - ⚠ *Dynamische Codeanalyse* (Testen) **meist unzureichend!**

*Program testing can be used to show the presence of bugs, but
never to show their absence.* – Dijkstra, 1972

- ☞ Stichhaltige *Verifikation* funktionaler/nicht-funktionaler Eigenschaften?
 - Automatische *Extraktion* von (semantischen) Programmeigenschaften
 - Algorithmische *Analyse* der Programmsemantik
- Heute: **statische Codeanalyse**

Problem: Programmsemantik

Im Fokus: **Undefiniertes Verhalten** durch Laufzeitfehler

☞ *Allgemeine Fragestellung*

- Terminiert die Programmausführung (Halteproblem)?
- Wie ist der (maximal anzunehmende) Speicherverbrauch der Anwendung?
- Was sind die möglichen Ergebnisse der Ausführung?

Problem: Programmsemantik

Im Fokus: **Undefiniertes Verhalten** durch Laufzeitfehler

☞ *Allgemeine Fragestellung*

- Terminiert die Programmausführung (Halteproblem)?
- Wie ist der (maximal anzunehmende) Speicherverbrauch der Anwendung?
- Was sind die möglichen Ergebnisse der Ausführung?

☞ *Implementierungsspezifische Fragen*

- **Generell:** Undefiniertes Verhalten in C/C++?
 - Fehlerhafte Zugriffe, Überschreitung von Array-Grenzen, hängende Zeiger, ...
 - Ausnahmen durch Division durch 0, Gleitkommaoperation-Fehler, ...
 - Typumwandlung, Ganzzahlüberlauf, ...
- Ausgang fallabhängig vorhersagbar oder ungewiss

- ⚠ Theoretische Grundlage zur Analysierbarkeit von Programmen:
Satz von Rice, 1953 [10]
- Eine beliebige nicht-triviale Eigenschaft eines Programms (einer Turing-vollständigen Sprache [11]) ist algorithmisch unmöglich zu entscheiden
 - Beispiel: $x = 17; \text{ if } (TM(j)) \ x = 18;$, ist x konstant?
- Alle interessanten Fragen lassen sich nicht (exakt) beantworten!

Übersicht über die Vorlesung

- ☞ *Approximative Beantwortung der Fragen*
 - Lösung praktischer Verifikationsprobleme ist **möglich**
 - Ist ein Programm unter bestimmten Annahmen fehlerfrei?
 - Neue Frage: Wie sicher ist die Abschätzung?
- Vom dynamischen Testen zur statischen Analyse
 - Automatische Extraktion von Programmeigenschaften
 - Analysemethodik unter Zuhilfenahme von Approximationen
- Was sind die *Grundlagen* abstrakter Interpretation?
 - Betrachtung der *abstrakten Programmsemantik*
 - Vereinfachung des entstehenden Zustandsraums
- ☞ **Grundlegendes Verständnis** für abstrakte Interpretation entwickeln!

- 1 Vom Testen zur Verifikation
 - Der Compiler als Analysewerkzeug
 - Heartbleed-Bug & Fehlersuche
- 2 Abstraktion der Programmsemantik
 - Konkrete Programmsemantik
 - Abstrakte Programmsemantik
- 3 Analyse & Vereinfachung
 - Sammelsemantiken
 - Präfixsemantiken
- 4 Zusammenfassung

Statische Analyse durch den Übersetzer

```
1 unsigned short x;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4     x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Ausgabe des Übersetzers:

```
bash: gcc -Wall example.c  
warning: variable 'x' is uninitialized when used here  
while (x < 10000) {  
    ^
```

- ☞ Der *Übersetzer* (engl. *compiler*) ist ein statisches Analysewerkzeug
- Neben der syntaktischen erfolgt hier auch eine *semantische Prüfung*
 - Verschiedenste Analysen (Daten-, Kontrollfluss)
 - Ausgabe als *Warnung* oder **Fehler**
- Deckt (vorrangig) Fehler im definierten Verhalten auf

Statische Analyse durch den Übersetzer

```
1 unsigned short x;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4     x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Ausgabe des Übersetzers:

```
bash: gcc -Wall example.c  
warning: variable 'x' is uninitialized when used here  
while (x < 10000) {  
    ^
```

- ☞ Der *Übersetzer* (engl. *compiler*) ist ein statisches Analysewerkzeug
 - Neben der syntaktischen erfolgt hier auch eine *semantische Prüfung*
 - Verschiedenste Analysen (Daten-, Kontrollfluss)
 - Ausgabe als *Warnung* oder **Fehler**
- Deckt (vorrangig) Fehler im definierten Verhalten auf
- ⚠ Der Übersetzer ist **erste Kontrollinstanz**
 - Es sollten immer alle Prüfungen aktiv sein (insbesondere `-Wall`)
 - ⚠ Keine hinreichende Verifikation (KEIN: **it compiles, let's ship it!**)

Beispiel: Der Heartbleed-Bug

Catastrophic is the right word. On the scale of 1 to 10, this is an 11.
– Bruce Schneier



- ⚠ Katastrophaler Fehler in OpenSSL 1.0.1 – 1.0.1f
 - Erweiterung zur *periodischen Überwachung* (engl. *heartbeat*) in (D)TLS
 - Ein beliebiger String (16 Bit Länge) dient als *Nutzlast* (engl. *payload*)
 - Dieser wird von der Gegenstelle unverändert zurückgesendet
 - ⚠ Ein Abgleich von **angegebener** und **tatsächlicher Länge** fand nicht statt

Beispiel: Der Heartbleed-Bug

Catastrophic is the right word. On the scale of 1 to 10, this is an 11.
– Bruce Schneier



- ⚠ Katastrophaler Fehler in OpenSSL 1.0.1 – 1.0.1f
 - Erweiterung zur *periodischen Überwachung* (engl. *heartbeat*) in (D)TLS
 - Ein beliebiger String (16 Bit Länge) dient als *Nutzlast* (engl. *payload*)
 - Dieser wird von der Gegenstelle unverändert zurückgesendet
 - ⚠ Ein Abgleich von **angegebener** und **tatsächlicher Länge** fand nicht statt
- ☞ Folgen der fehlerhaften Implementierung
 - Bei Bekanntwerden waren ca. 17 % aller SSL-Dienste anfällig!
 - Angreifer konnten wiederholt 64 KiB Speicher auslesen
 - Inhalt: Zufällige Daten (private Daten, Passwörter, Schlüssel, ...)
 - **All diese Daten gelten als kompromittiert!**

Fehlersuche mittels Code-Instrumentierung

- ➔ *Address Sanitizer*¹ Plugin für gcc und Clang
 - Standard in aktuellen Versionen (`-fsanitize=address`)
 - Konstruktiver Ansatz → Prüfungen zur Laufzeit

¹<http://clang.llvm.org/docs/AddressSanitizer.html>

Fehlersuche mittels Code-Instrumentierung

- ☞ *Address Sanitizer*¹ Plugin für gcc und Clang
 - Standard in aktuellen Versionen (-fsanitize=address)
 - Konstruktiver Ansatz → Prüfungen zur Laufzeit
 - Strategie
 - Identifikation bössartiger Operationen und Zugriffe
 - Speicherzugriffe (Verwendung nach Freigabe), Ganzzahlüberläufe, ...
 - Umsetzung
 - Instrumentierung des Programmcodes (Code und Daten) → assert()
 - Benutzerspezifische Funktionen zur Behandlung (engl. *error hooks*)
- **Hohe Laufzeitkosten von ca. 170 %**

¹<http://clang.llvm.org/docs/AddressSanitizer.html>

Fehlersuche mittels Code-Instrumentierung

- ☞ *Address Sanitizer*¹ Plugin für gcc und Clang
 - Standard in aktuellen Versionen (-fsanitize=address)
 - Konstruktiver Ansatz → Prüfungen zur Laufzeit
 - Strategie
 - Identifikation bössartiger Operationen und Zugriffe
 - Speicherzugriffe (Verwendung nach Freigabe), Ganzzahlüberläufe, ...
 - Umsetzung
 - Instrumentierung des Programmcodes (Code und Daten) → assert()
 - Benutzerspezifische Funktionen zur Behandlung (engl. *error hooks*)
- **Hohe Laufzeitkosten von ca. 170 %**

⚠ Dies ist ein **fallspezifischer** und zudem **unsicherer** Ansatz!

¹<http://clang.llvm.org/docs/AddressSanitizer.html>

Fehlersuche mittels statischer Codeanalyse

- ☞ *Clang-Analyzer-Plugin* zur Aufdeckung des Heartbleed-Bugs
 - *Analyse-Durchlauf* (engl. *analysis pass*) innerhalb von clang

Fehlersuche mittels statischer Codeanalyse

- ☞ *Clang-Analyzer-Plugin* zur Aufdeckung des Heartbleed-Bugs
 - *Analyse-Durchlauf* (engl. *analysis pass*) innerhalb von clang
- Strategie
 - Identifikation bössartiger Daten (Angreifer) ist das Problem
 - Idee: Nur Netzwerkdaten werden beim Speicherzugriff zur Gefahr
 - Lösung: Färbung von Datenfüßen `ntohl()2 → memcpy()`
 - **Alarm** bei Absenz von weiteren *Plausibilitätsprüfungen* (engl. *sanitizer*)
- Umsetzung
 - Clang-Analyzer nutzt *symbolische Ausführung* (engl. *symbolic execution*) [6] zur Analyse von C/C++ Programmen
 - Pfadsensitive Analyse mit *Zustandsobjekt* (engl. *state object*) pro Pfad
 - Vereinfachung der Pfadbedingungen: *keine vollständige Pfadüberdeckung*
 - Plugin befragt diese Objekte \rightsquigarrow mögliche Wertebereiche für Paketlänge
 - Spezifikation und Testbedingungen für die Bewertung der Paketlänge

Fehlersuche mittels statischer Codeanalyse

- ☞ *Clang-Analyzer-Plugin* zur Aufdeckung des Heartbleed-Bugs
 - *Analyse-Durchlauf* (engl. *analysis pass*) innerhalb von clang
 - Strategie
 - Identifikation bössartiger Daten (Angreifer) ist das Problem
 - Idee: Nur Netzwerkdaten werden beim Speicherzugriff zur Gefahr
 - Lösung: Färbung von Datenfüßen `ntohl()2 → memcpy()`
 - **Alarm** bei Absenz von weiteren *Plausibilitätsprüfungen* (engl. *sanitizer*)
 - Umsetzung
 - Clang-Analyzer nutzt *symbolische Ausführung* (engl. *symbolic execution*) [6] zur Analyse von C/C++ Programmen
 - Pfadsensitive Analyse mit *Zustandsobjekt* (engl. *state object*) pro Pfad
 - Vereinfachung der Pfadbedingungen: *keine vollständige Pfadüberdeckung*
 - Plugin befragt diese Objekte \rightsquigarrow mögliche Wertebereiche für Paketlänge
 - Spezifikation und Testbedingungen für die Bewertung der Paketlänge
- ⚠ Dies ist ein **fallspezifischer** und zudem **unsicherer** Ansatz!

Clang Heartbleed-Finder

```
if(fd != -1) {
```

1 Taking true branch →

```
int size;
```

```
int res;
```

```
res = read(fd, &size, sizeof(int));
```

```
if(res == sizeof(int)) {
```

2 ← Taking true branch →

```
size = ntohl(size);
```

```
if(size < sizeof(data_array)) {
```

3 ← Taking false branch →

```
    memcpy(buf, data_array, size);  
}
```

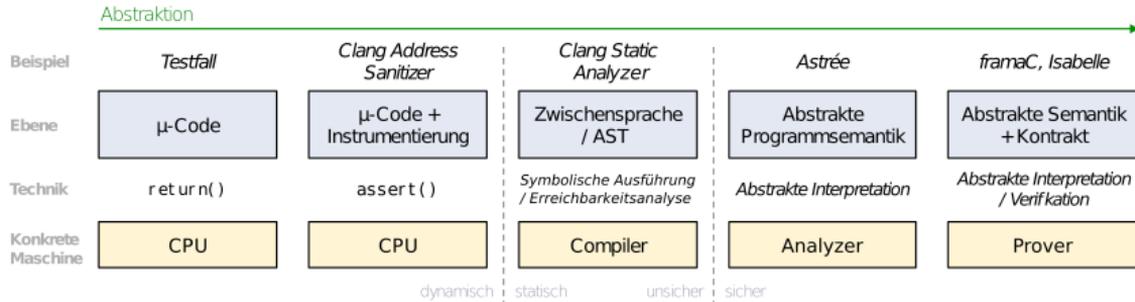
```
memcpy(buf, data_array, size);
```

4 ← Tainted, unconstrained value used in memcpy size

```
}
```

1. Färbung des Datenflusses
2. Kontextsensitive Annahmen über Codepfade
3. Wertebereichsüberprüfungen
4. Plausibilitätsprüfung

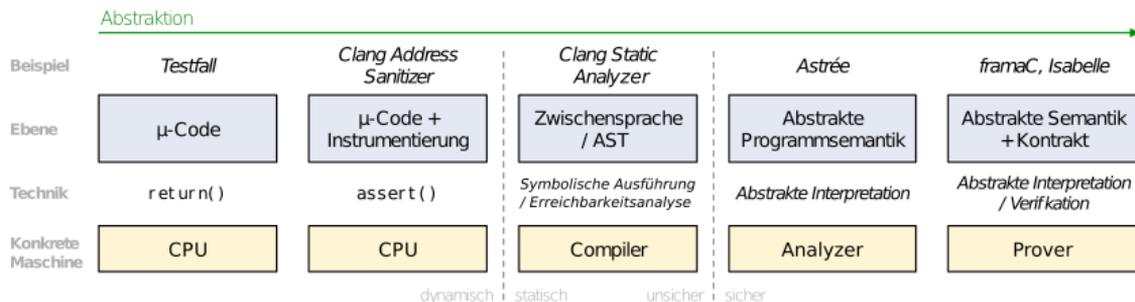
Übersicht: Verifikationsverfahren



- ☞ Es existieren verschiedenste Verfahren zur Programmverifikation
 - Harte Klassifizierung ist schwierig (vgl. Redundanzarten IV/8)

¹*Abstrakter Syntaxbaum* (engl. *abstract syntax tree*): Baumförmige Repräsentation der abstrakten Syntax eines Programmes. Typischerweise im Zuge der Übersetzung durch Übersetzer aufgebaut und zur effizienten Verarbeitung genutzt.

Übersicht: Verifikationsverfahren



- ☞ Es existieren verschiedenste Verfahren zur Programmverifikation
 - Harte Klassifizierung ist schwierig (vgl. Redundanzarten IV/8)
 - *Statisch* versus *dynamisch*
 - Nutzung der konkreten/abstrakten Programmsemantik (siehe F. 15 ff)
 - Konkrete Ausführung (Maschine) hängt von Betrachtungsebene ab!
 - *Sicher* versus *unsicher*
 - Vollständigkeit der Analyse (sicher → 100 %, siehe Folien 20 ff)
 - Steht im Bezug zu bestimmter Spezifikation (z.B. C-Standard bei Astrée)

¹*Abstrakter Syntaxbaum* (engl. *abstract syntax tree*): Baumförmige Repräsentation der abstrakten Syntax eines Programmes. Typischerweise im Zuge der Übersetzung durch Übersetzer aufgebaut und zur effizienten Verarbeitung genutzt.

- 1 Vom Testen zur Verifikation
 - Der Compiler als Analysewerkzeug
 - Heartbleed-Bug & Fehlersuche
- 2 **Abstraktion der Programmsemantik**
 - **Konkrete Programmsemantik**
 - **Abstrakte Programmsemantik**
- 3 Analyse & Vereinfachung
 - Sammelsemantiken
 - Präfixsemantiken
- 4 Zusammenfassung

Fehlersuche: Was kann hier alles schief gehen?

```
1 unsigned int average(unsigned int *array,  
2                     unsigned int size)  
3 {  
4     unsigned int temp = 0;  
5  
6     for(unsigned int i = 0; i < size; i++) {  
7         temp += array[i];  
8     }  
9  
10    return temp/size;  
11 }
```

- Wo könnte es hier fehlerhaft sein?
 - Ist der Zugriff auf Feld array in Zeile 7 korrekt?
 - Kann die Addition in Zeile 7 überlaufen?
 - Kann in Zeile 10 eine Division durch 0 auftreten?

Fehlersuche: Was kann hier alles schief gehen?

```
1 unsigned int average(unsigned int *array,  
2                     unsigned int size)  
3 {  
4     unsigned int temp = 0;  
5  
6     for(unsigned int i = 0; i < size; i++) {  
7         temp += array[i];  
8     }  
9  
10    return temp/size;  
11 }
```

■ Wo könnte es hier fehlerhaft sein?

- Ist der Zugriff auf Feld array in Zeile 7 korrekt?
- Kann die Addition in Zeile 7 überlaufen?
- Kann in Zeile 10 eine Division durch 0 auftreten?

☞ Wie findet man das heraus?

→ Schauen wir mal, wie sich das Programm verhält.

Das Verhalten zur Laufzeit ist entscheidend!



☞ `res = average([1,2,...,10],10);`

```
1 unsigned int average(uint *array,  
2                     uint size)  
3 {  
4     uint temp = 0;  
5  
6     for(uint i = 0;i < size;i++) {  
7         temp += array[i];  
8     }  
9  
10    return temp/size;  
11 }
```

i	temp
0	0

Das Verhalten zur Laufzeit ist entscheidend!



☞ `res = average([1,2,...,10],10);`

```
1 unsigned int average(uint *array,  
2                     uint size)  
3 {  
4     uint temp = 0;  
5  
6     for(uint i = 0;i < size;i++) {  
7         temp += array[i];  
8     }  
9  
10    return temp/size;  
11 }
```

i	temp
0	0
1	1

Das Verhalten zur Laufzeit ist entscheidend!



`res = average([1,2,...,10],10);`

```
1 unsigned int average(uint *array,  
2     uint size)  
3 {  
4     uint temp = 0;  
5  
6     for(uint i = 0;i < size;i++) {  
7         temp += array[i];  
8     }  
9  
10    return temp/size;  
11 }
```

i	temp
0	0
1	1
2	3

Das Verhalten zur Laufzeit ist entscheidend!

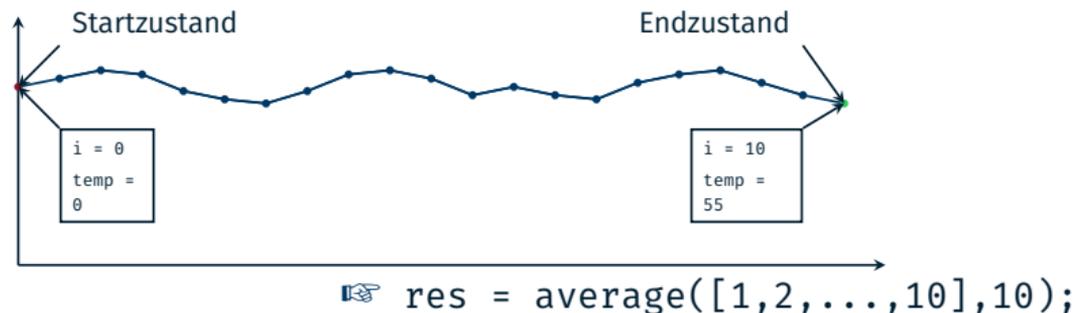


☞ `res = average([1,2,...,10],10);`

```
1 unsigned int average(uint *array,  
2                 uint size)  
3 {  
4     uint temp = 0;  
5  
6     for(uint i = 0;i < size;i++) {  
7         temp += array[i];  
8     }  
9  
10    return temp/size;  
11 }
```

i	temp
0	0
1	1
2	3
3	6

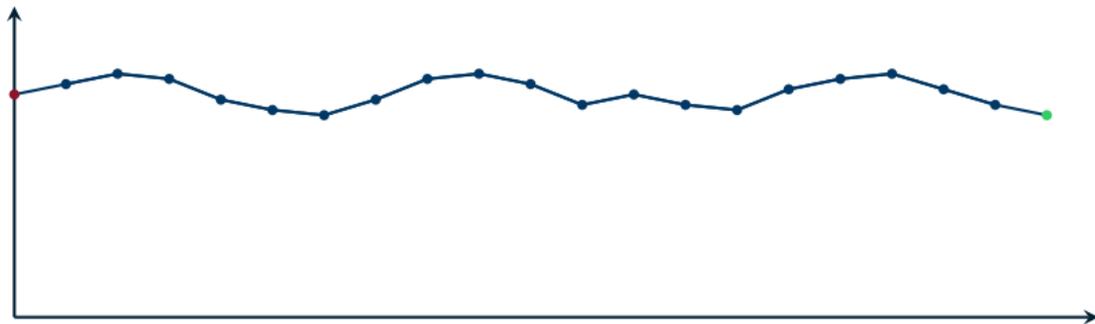
Das Verhalten zur Laufzeit ist entscheidend!



```
1 unsigned int average(uint *array,  
2                     uint size)  
3 {  
4     uint temp = 0;  
5  
6     for(uint i = 0; i < size; i++) {  
7         temp += array[i];  
8     }  
9  
10    return temp/size;  
11 }
```

i	temp
0	0
1	1
2	3
3	6
...	...
10	55

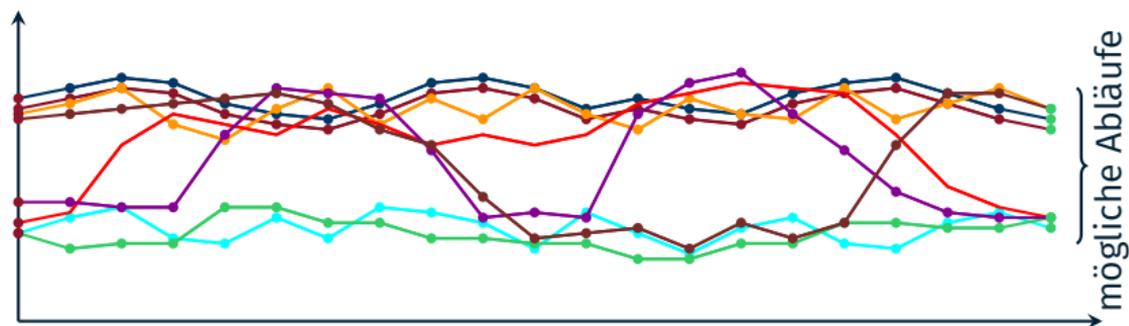
Konkrete Programmsemantik



Eine Einführung in die Prinzipien abstrakter Interpretation [2]:

- Die *konkrete Semantik* (engl. *concrete semantics*) beschreibt
 - Alle möglichen Ausführungen eines Programms
 - Unter allen möglichen Ausführungsbedingungen

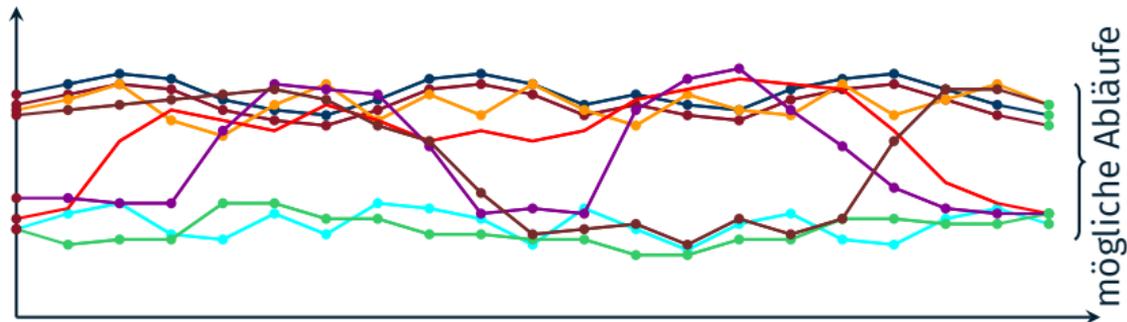
Konkrete Programmsemantik



Eine Einführung in die Prinzipien abstrakter Interpretation [2]:

- Die *konkrete Semantik* (engl. *concrete semantics*) beschreibt
 - Alle möglichen Ausführungen eines Programms
 - Unter allen möglichen Ausführungsbedingungen
 - Für unser Beispiel bedeutet dies:
 - 2^{32} verschieden große Felder, 2^{32} verschiedene Werte für jedes Element

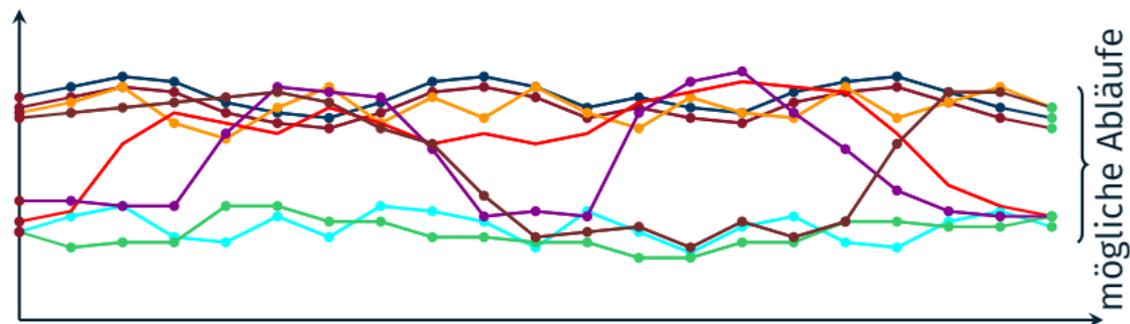
Konkrete Programmsemantik



Eine Einführung in die Prinzipien abstrakter Interpretation [2]:

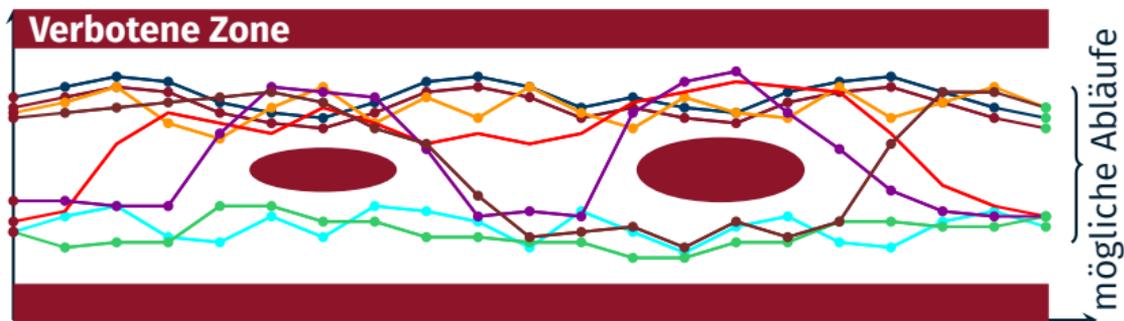
- Die *konkrete Semantik* (engl. *concrete semantics*) beschreibt
 - Alle möglichen Ausführungen eines Programms
 - Unter allen möglichen Ausführungsbedingungen
 - Für unser Beispiel bedeutet dies:
 - 2^{32} verschieden große Felder, 2^{32} verschiedene Werte für jedes Element
- Beschreibt (aus praktischer Sicht) „unendliches“ math. Objekt
 - Im Allgemeinen **nicht berechenbar** durch einen Algorithmus
 - Alle nicht-trivialen Fragestellungen sind **unentscheidbar**

Sicherheitseigenschaft



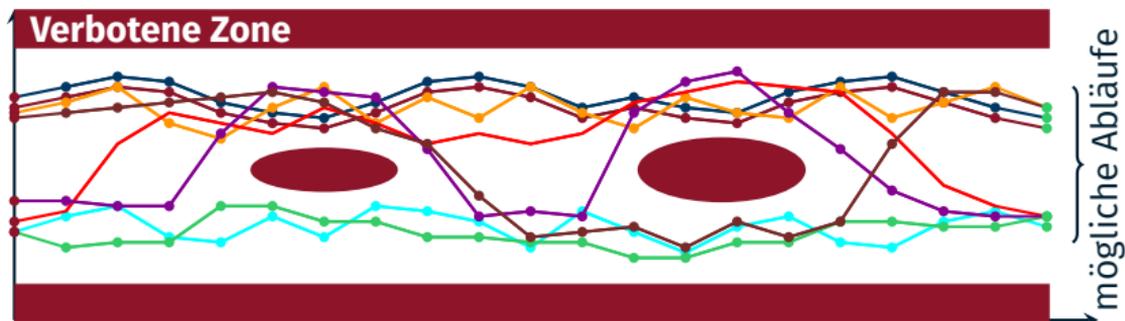
- *Sicherheitseigenschaften* (engl. *safety properties*) stellen sicher, dass keine fehlerhaften/unerwünschten Zustände eingenommen werden

Sicherheitseigenschaft



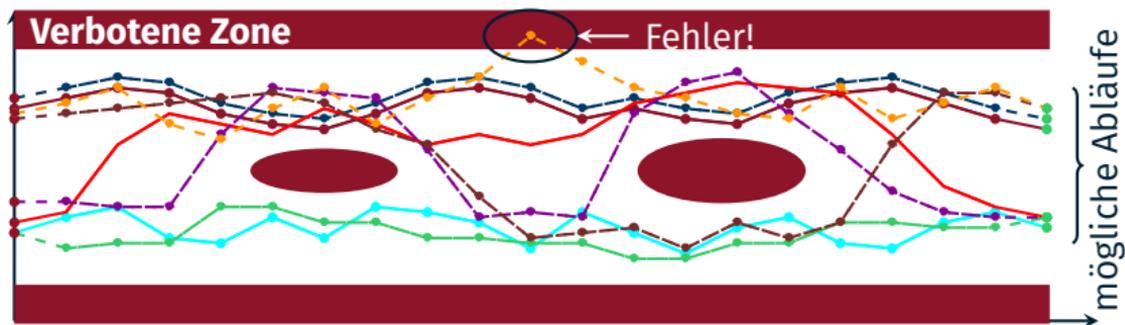
- *Sicherheitseigenschaften* (engl. *safety properties*) stellen sicher, dass keine **fehlerhaften/unerwünschten Zustände** eingenommen werden
- Beispiele: Wertebereiche von Variablen, zugriffene Speicherbereiche von Prozessen, Speicherbedarf von Prozessen

Sicherheitseigenschaft



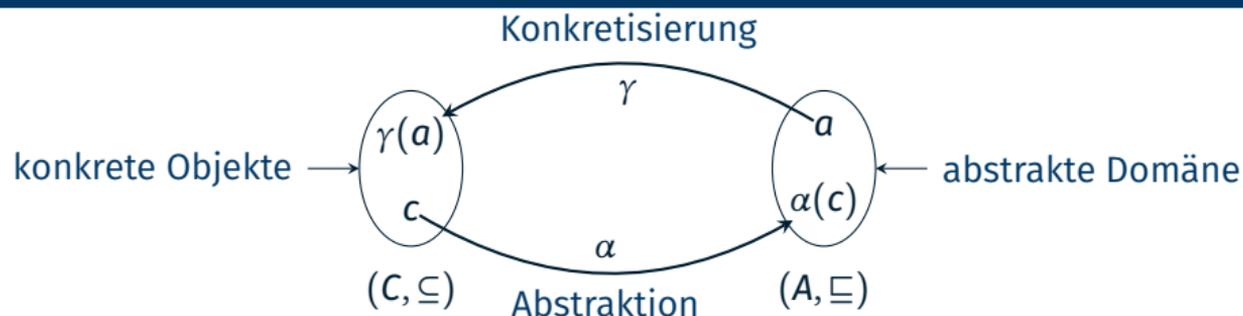
- *Sicherheitseigenschaften* (engl. *safety properties*) stellen sicher, dass keine **fehlerhaften/unerwünschten Zustände** eingenommen werden
 - Beispiele: Wertebereiche von Variablen, zugriffene Speicherbereiche von Prozessen, Speicherbedarf von Prozessen
 - Ein *Sicherheitsnachweis* (engl. *safety proof*) garantiert, dass die konkrete Semantik nie eine **verbotene Zone** durchläuft
- ⚠ Das ist ein **unentscheidbares Problem**
- Die konkrete Programmsemantik ist nicht berechenbar

Testen: Das Problem der Möglichkeiten



- Testen betrachtet **nur eine Teilmenge** aller möglichen Ausführungen
 - Gut geeignet, um die *Existenz* von Defekten zu zeigen
 - Ungeeignet, um ihre **Abwesenheit** zu zeigen
 - Evtl. hat man die fehlerhafte Ausführung einfach nicht getestet
- Problem: **unzureichende Abdeckung** der konkreten Semantik

Abstrakte Interpretation: Theoretisches Fundament



- Wähle eine *abstrakte Domäne* (engl. *abstract domain*)
 - Ersetzt die Menge konkreter Objekte S durch ihre Abstraktion $\alpha(S)$
 - Verschiedene Domänen unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Präzision
 - Vorzeichen, *Intervalle*, Oktagon, Polyeder [8]
- *Abstraktionsfunktion* α (engl. *abstraction function*)
 - Bildet die Menge konkrete Objekte auf ihre abstrakte Interpretation ab
- *Konkretisierungsfunktion* γ (engl. *concretization function*)
 - Bildet die Menge abstrakter Objekte auf konkrete Objekte ab

Theoretisches Fundament \rightsquigarrow Galoisverbindungen

☞ Approximation von f durch die abstrakte Funktion f'

Theoretisches Fundament \rightsquigarrow Galoisverbindungen

- ☞ Approximation von f durch die abstrakte Funktion f'
 - Häufig verwendet man *Galoisverbindungen* mit den Eigenschaften:
 - $(C, \subseteq) \begin{matrix} \xleftarrow{\gamma} \\ \xrightarrow{\alpha} \end{matrix} (A, \sqsubseteq)$ und $\alpha(\gamma(a)) = a$ (Einbettung)
 - Konkretisierung gefolgt von Abstraktion impliziert keinen Präzisionsverlust

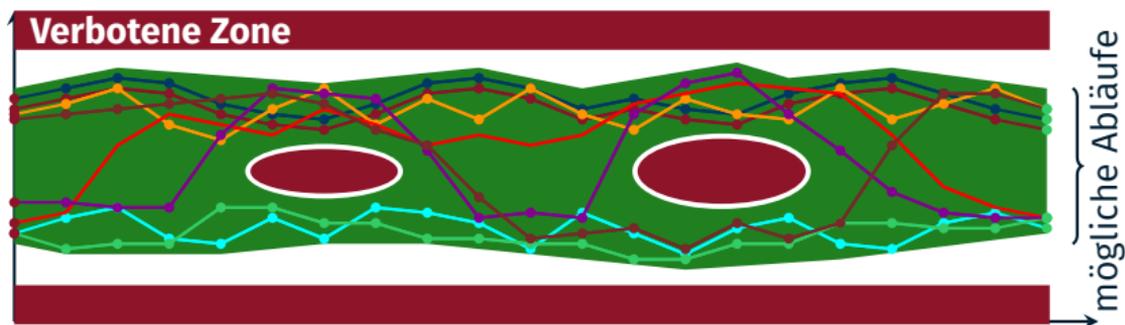
Theoretisches Fundament \rightsquigarrow Galoisverbindungen

- ☞ Approximation von f durch die abstrakte Funktion f'
 - Häufig verwendet man *Galoisverbindungen* mit den Eigenschaften:
 - $(C, \subseteq) \begin{matrix} \xleftarrow{\gamma} \\ \xrightarrow{\alpha} \end{matrix} (A, \sqsubseteq)$ und $\alpha(\gamma(a)) = a$ (Einbettung)
 - Konkretisierung gefolgt von Abstraktion impliziert keinen Präzisionsverlust
 - *Abstrakte Interpretation* nutzt diese Eigenschaften
 - Statt die konkrete Funktion $f(c)$ zu berechnen
 - Kann man sie annähern, indem
 - Man die abstrakte Funktion f' auf die Abstraktion $\alpha(c)$ anwendet
 - Und das Ergebnis $f'(\alpha(c))$ wieder konkretisiert

Theoretisches Fundament \rightsquigarrow Galoisverbindungen

- ☞ Approximation von f durch die abstrakte Funktion f'
 - Häufig verwendet man *Galoisverbindungen* mit den Eigenschaften:
 - $(C, \subseteq) \xrightleftharpoons[\alpha]{\gamma} (A, \sqsubseteq)$ und $\alpha(\gamma(a)) = a$ (Einbettung)
 - Konkretisierung gefolgt von Abstraktion impliziert keinen Präzisionsverlust
 - *Abstrakte Interpretation* nutzt diese Eigenschaften
 - Statt die konkrete Funktion $f(c)$ zu berechnen
 - Kann man sie annähern, indem
 - Man die abstrakte Funktion f' auf die Abstraktion $\alpha(c)$ anwendet
 - Und das Ergebnis $f'(\alpha(c))$ wieder konkretisiert
 - Beispiel: Die Einbettung der ganzen Zahlen (\mathbb{Z}) in reelle Zahlen (\mathbb{R})
 - Die abstrakte Funktion f' ist definiert als Abrundungsfunktion
 - Eine ganze Zahl lässt sich *ohne Präzisionsverlust* konkretisieren

Abstrakte Interpretation



- *Abstrakte Interpretation* (engl. *abstract interpretation*)
 - Betrachtet eine *abstrakte Semantik* (engl. *abstract semantics*)
 - Sie umfasst **alle Fälle** der **konkreten Programmsemantik**
 - Ist die abstrakte Semantik sicher \Rightarrow konkrete Semantik ist sicher

Formale Methoden sind abstrakte Interpretationen

Abstrakte Semantik kann auf unterschiedlichen Wegen bestimmt werden:

Model Checking

- Abstrakte Semantik wird *explizit vom Nutzer* angegeben
- Endliche Beschreibung der konkreten Programmsemantik
 - Z.B. endliche Automaten, Aussagen- oder Prädikatenlogik
- Automatische Ableitung durch *statische Analyse*

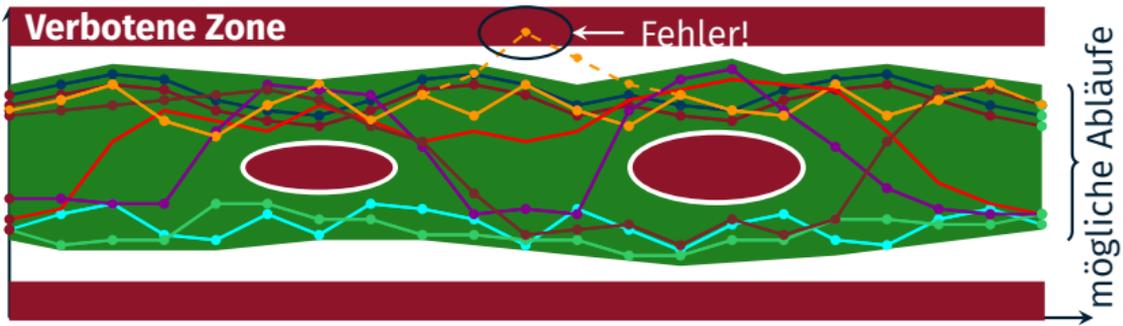
Deduktive Methoden

- Abstrakte Semantik wird *durch Nachbedingungen* beschrieben
- Nutzer gibt sie durch induktive Argumente an
 - Z.B. Vorbedingungen und Invarianten
- Automatische Ableitung durch *statische Analyse*

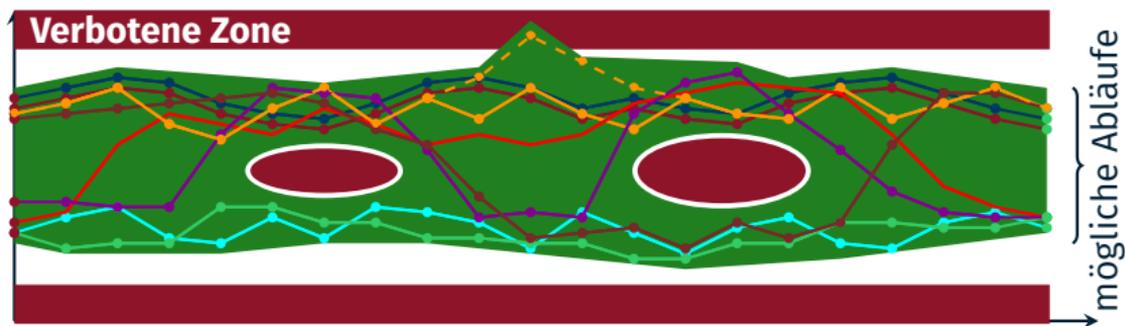
Statische Analyse

- Abstrakte Semantik wird *ausgehend vom Quelltext* bestimmt
 - Abbildung auf *vorab bestimmte, wohldefinierte Abstraktionen*
- Anpassungen (automatisch/durch manuelle Annotationen) möglich

Eigenschaften abstrakter Semantiken



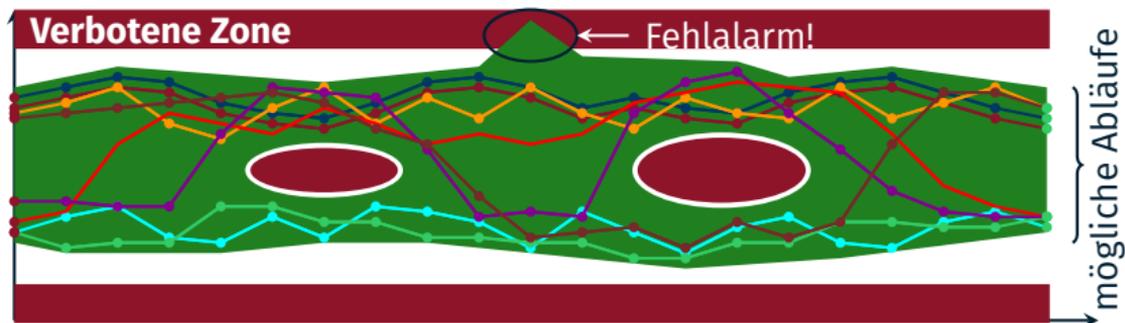
Eigenschaften abstrakter Semantiken



1: Vollständigkeit und Korrektheit (engl. *soundness*)

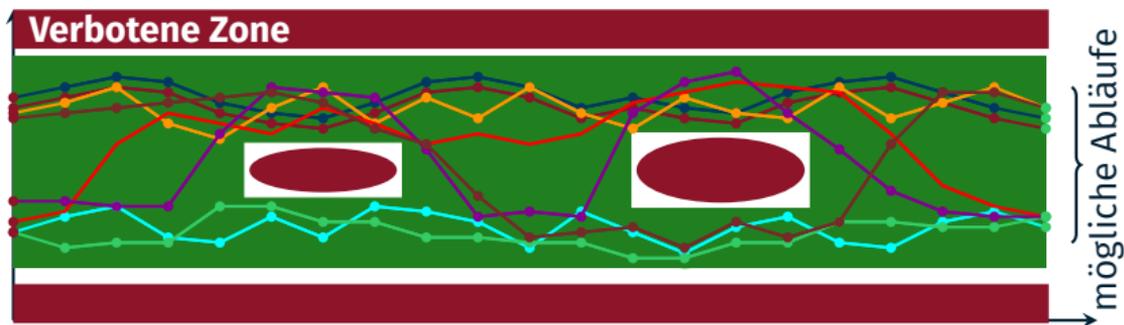
- Kein potentieller Defekt darf übersehen werden
~> nur so kann die Abwesenheit von Defekten gezeigt werden
 - Ansonsten wäre gegenüber reinem Testen nichts gewonnen

Eigenschaften abstrakter Semantiken



2: Präzision

- Weitgehende Vermeidung von *Fehlalarmen* (engl. *false alarms*)
 - Synonyme englische Bezeichnung: *false positives*
- Ermöglicht erst eine vollkommen automatisierte Anwendung
- Abstrakte Semantik umschließt konkrete Semantik *so eng wie mögliche*



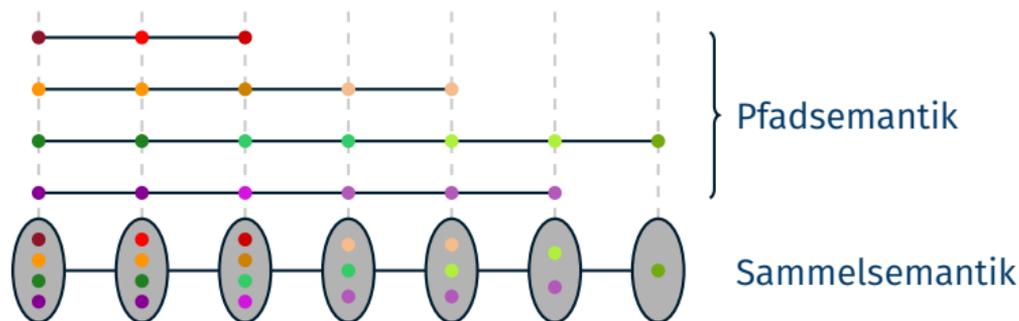
3: Effizienz (geringe Komplexität)

- Berechnung der abstrakten Semantik in akzeptabler Laufzeit
 - Vermeidung der kombinatorischen Explosion des Zustandsraums

- 1 Vom Testen zur Verifikation
 - Der Compiler als Analysewerkzeug
 - Heartbleed-Bug & Fehlersuche
- 2 Abstraktion der Programmsemantik
 - Konkrete Programmsemantik
 - Abstrakte Programmsemantik
- 3 Analyse & Vereinfachung**
 - Sammelsemantiken
 - Präfixsemantiken
- 4 Zusammenfassung

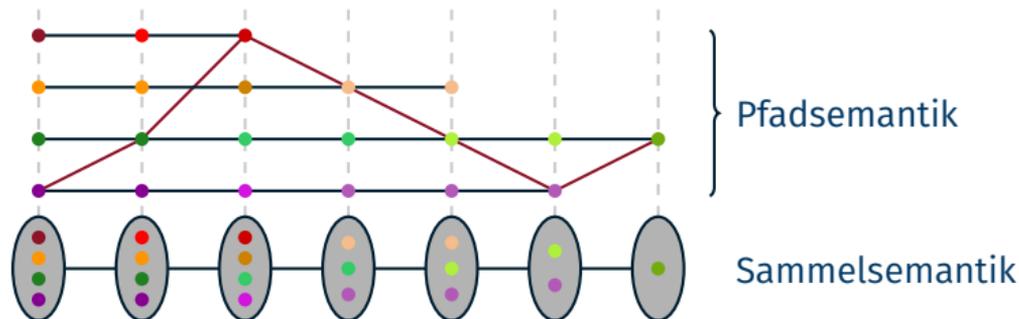
- ⚠ *Reduktion des Zustandsraums* ist unumgänglich!
 - Vergleiche zu Pfadüberdeckungskriterien (Testen)
- ☞ Fasse verschiedene Zustände geeignet zusammen
 - *Sammelsemantiken* (s. Folie 25 ff.)
- ☞ Betrachte nur den Anfang der Zustandshistorie
 - *Präfixsemantiken* (s. Folie 31 ff.)

Sammelsemantik (engl. collecting semantics)



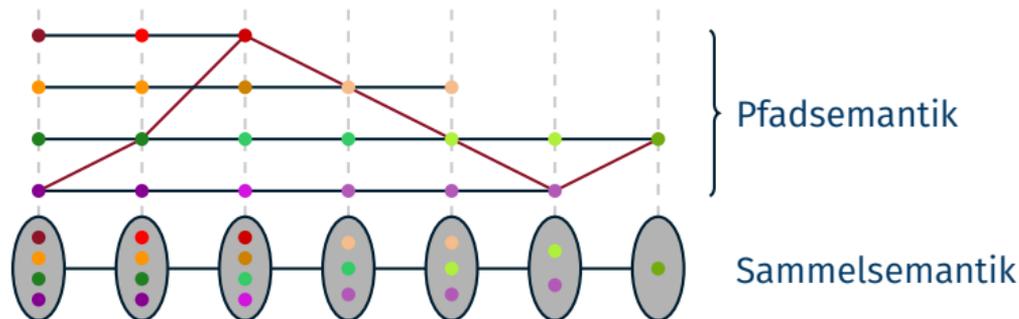
- Sammelt die Zustände aller Pfade an einem bestimmten Punkt
 - D.h. an einer bestimmten Programmanweisung
 - Aufgrund der Größe, wird sie i. d. R. approximiert

Sammelsemantik (engl. collecting semantics)

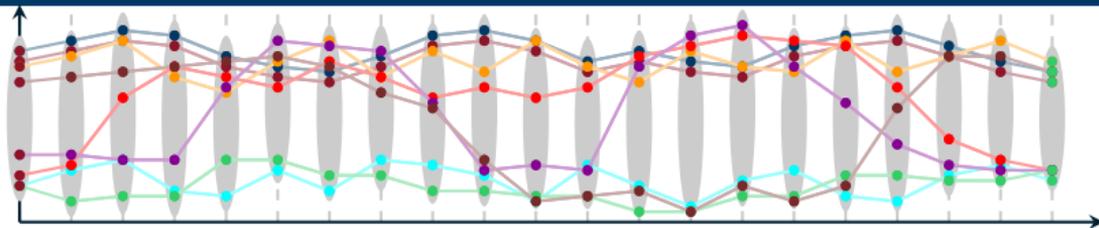


- Sammelt die Zustände aller Pfade an einem bestimmten Punkt
 - D.h. an einer bestimmten Programmanweisung
 - Aufgrund der Größe, wird sie i. d. R. approximiert
- Das ist eine **verlustbehaftete Abstraktion**
 - Beispiel: Existiert der rote Pfad?
 - Konkrete Semantik \mapsto Nein, Sammelsemantik \mapsto ???

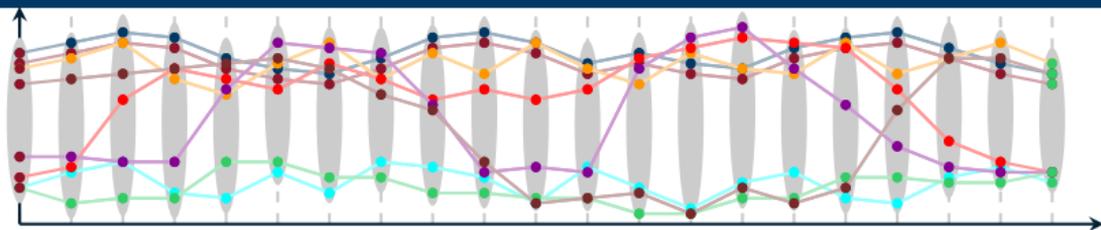
Sammelsemantik (engl. collecting semantics)



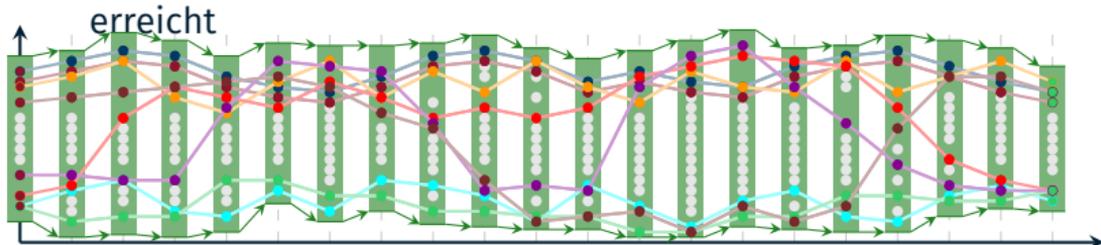
- Sammelt die Zustände aller Pfade an einem bestimmten Punkt
 - D.h. an einer bestimmten Programmanweisung
 - Aufgrund der Größe, wird sie i. d. R. approximiert
- Das ist eine **verlustbehaftete Abstraktion**
 - Beispiel: Existiert der rote Pfad?
 - Konkrete Semantik \mapsto Nein, Sammelsemantik \mapsto ???
- ☞ Der **Laufzeitgewinn der Analyse** wird durch **Unschärfe** erkaufte!
 - Ergebnis „Weiß nicht“ (engl. maybe) ist typisch für solche Methoden
 - Und die Ursache vieler Vorbehalte ...



- Die Sammelsemantik verwaltet **Zustandsmengen** (keine konkreten Transitionen zwischen konkreten Zuständen)



- Die Sammelsemantik verwaltet **Zustandsmengen** (keine konkreten Transitionen zwischen konkreten Zuständen)
- ☞ Die Intervallabstraktion nur ihre oberen und unteren Schranken
 - Die zu verwaltenden Daten werden dadurch beträchtlich reduziert
 - Allerdings wird auch die Präzision reduziert
 - ↪ Bestimmte Zustände im approximierten Zustandsraum werden nicht erreicht



Beispiel: Intervallabstraktion für ein C-Programm

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Intervallabstraktion liefert (am Ende der Zeile):

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Die Intervallabstraktion ist eine *abstrakte Interpretation* der Semantik der Programmiersprache C
 - C-Programme werden dann *automatisiert darauf abgebildet*
 - z. B. durch einen Übersetzer oder ein statisches Analysewerkzeug
 - Nur Elemente die den Wertebereich von x betreffen sind relevant
 - Bilden von Schnittmengen bei Erfüllung von **Pfadbedingungen**

Beispiel: Intervallabstraktion für ein C-Programm

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4     x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Intervallabstraktion liefert (am Ende der Zeile):

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Die Intervallabstraktion ist eine *abstrakte Interpretation* der Semantik der Programmiersprache C
 - C-Programme werden dann *automatisiert darauf abgebildet*
 - z. B. durch einen Übersetzer oder ein statisches Analysewerkzeug
 - Nur Elemente die den Wertebereich von x betreffen sind relevant
 - Bilden von Schnittmengen bei Erfüllung von **Pfadbedingungen**
- Dies ist bereits eine *starke Vereinfachung*
 - Angenommen x wäre eingangs nicht bekannt
 - Es gäbe 10000 verschiedene Pfade durch den Zustandsraum
 - Nehme eine Schleifenobergrenze `unsigned short y` statt 10000 an
 - Es gäbe $\leq (2^{16})^2$ verschiedene Pfade durch den Zustandsraum

Beispiel: Intervallabstraktion für ein C-Programm (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4     x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

Beispiel: Intervallabstraktion für ein C-Programm (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4   x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Ziel: **Fixpunkt**/Konvergenz der Zustandsmengen (Wertebereiche jeder Zeile)
- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*)

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = \emptyset$

Zeile 3 $x_3 = \emptyset$

Zeile 4 $x_4 = \emptyset$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Beispiel: Intervallabstraktion für ein C-Programm (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4     x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Ziel: **Fixpunkt**/Konvergenz der Zustandsmengen (Wertebereiche jeder Zeile)
- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*)

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = \emptyset$

Zeile 4 $x_4 = \emptyset$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Beispiel: Intervallabstraktion für ein C-Programm (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Ziel: **Fixpunkt**/Konvergenz der Zustandsmengen (Wertebereiche jeder Zeile)
- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*)

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 1]$

Zeile 4 $x_4 = \emptyset$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Beispiel: Intervallabstraktion für ein C-Programm (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4   x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Ziel: **Fixpunkt**/Konvergenz der Zustandsmengen (Wertebereiche jeder Zeile)
- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*)

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 1]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 2]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Beispiel: Intervallabstraktion für ein C-Programm (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4   x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Ziel: **Fixpunkt**/Konvergenz der Zustandsmengen (Wertebereiche jeder Zeile)
- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*)

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 1]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 2]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Iteration 2:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 2]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 2]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Beispiel: Intervallabstraktion für ein C-Programm (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4   x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Ziel: **Fixpunkt**/Konvergenz der Zustandsmengen (Wertebereiche jeder Zeile)
- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*)

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 1]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 2]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Iteration 2:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 2]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 3]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Beispiel: Intervallabstraktion (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4   x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*) [9]

Iteration 3:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 3]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 3]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Beispiel: Intervallabstraktion (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4     x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*) [9]

Iteration 3:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 3]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 4]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Beispiel: Intervallabstraktion (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4     x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*) [9]

Iteration 3:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 3]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 4]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Viele, viele Iterationen später:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 9999]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Beispiel: Intervallabstraktion (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4     x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*) [9]

Iteration 3:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 3]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 4]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Viele, viele Iterationen später:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 10000]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Beispiel: Intervallabstraktion (Forts.)

```
1 unsigned short x = 1;
2
3 while(x < 10000) {
4     x = x + 1;
5 }
6
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \cup x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \cup x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation durch *chaotische Iteration* (engl. *chaotic iteration*) [9]

Iteration 3:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 3]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 4]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Viele, viele Iterationen später:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 10000]$

Zeile 7 $x_7 = [10000, 10000]$

Vereinfachung: Intervallabstraktion – mit Widening

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \nabla x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \nabla x_4) \cap [10000, \infty]$

Vereinfachung: Intervallabstraktion – mit Widening

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \nabla x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \nabla x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation der Wertebereiche jeder Zeile/Variable mit Hilfe eines *Widening-Operators* ∇ [9]

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = \emptyset$

Zeile 3 $x_3 = \emptyset$

Zeile 4 $x_4 = \emptyset$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Vereinfachung: Intervallabstraktion – mit Widening

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \nabla x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \nabla x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation der Wertebereiche jeder Zeile/Variable mit Hilfe eines *Widening-Operators* ∇ [9]

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = \emptyset$

Zeile 4 $x_4 = \emptyset$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Vereinfachung: Intervallabstraktion – mit Widening

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \nabla x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \nabla x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation der Wertebereiche jeder Zeile/Variable mit Hilfe eines *Widening-Operators* ∇ [9]

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 1]$

Zeile 4 $x_4 = \emptyset$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Vereinfachung: Intervallabstraktion – mit Widening

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \nabla x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \nabla x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation der Wertebereiche jeder Zeile/Variable mit Hilfe eines *Widening-Operators* ∇ [9]

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 1]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 2]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Vereinfachung: Intervallabstraktion – mit Widening

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \nabla x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \nabla x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation der Wertebereiche jeder Zeile/Variable mit Hilfe eines *Widening-Operators* ∇ [9]

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 1]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 2]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Iteration 2:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 2]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Vereinfachung: Intervallabstraktion – mit Widening

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \nabla x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \nabla x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation der Wertebereiche jeder Zeile/Variable mit Hilfe eines *Widening-Operators* ∇ [9]

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 1]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 2]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Iteration 2:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 10000]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Vereinfachung: Intervallabstraktion – mit Widening

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \nabla x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \nabla x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation der Wertebereiche jeder Zeile/Variable mit Hilfe eines *Widening-Operators* ∇ [9]

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 1]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 2]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

Iteration 2:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 10000]$

Zeile 7 $x_7 = [10000, 10000]$

Vereinfachung: Intervallabstraktion – mit Widening

```
1 unsigned short x = 1;  
2  
3 while(x < 10000) {  
4   x = x + 1;  
5 }  
6  
7 return x;
```

Die Intervallabstraktion liefert:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = (x_1 \nabla x_4) \cap [-\infty, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = x_3 \oplus [1, 1]$

Zeile 7 $x_7 = (x_1 \nabla x_4) \cap [10000, \infty]$

- Approximation der Wertebereiche jeder Zeile/Variable mit Hilfe eines *Widening-Operators* ∇ [9]

Iteration 1:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

Zeile 3 $x_3 = [1, 1]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 2]$

Zeile 7 $x_7 = \emptyset$

-  Konvergenz in der 2. Iteration

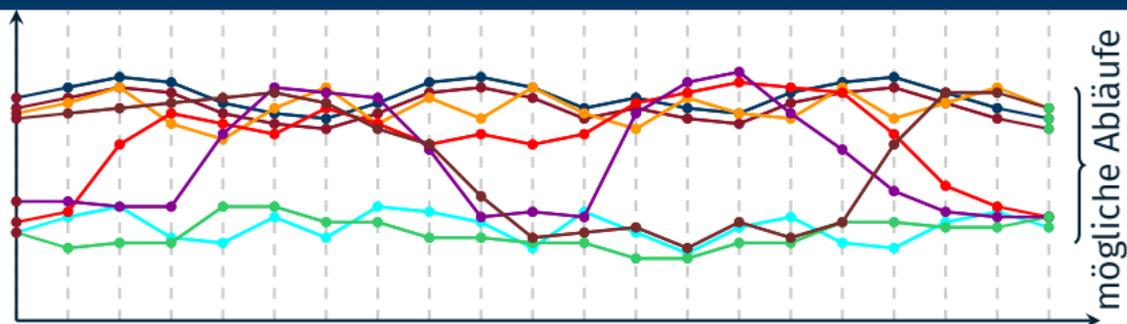
Iteration 2:

Zeile 1 $x_1 = [1, 1]$

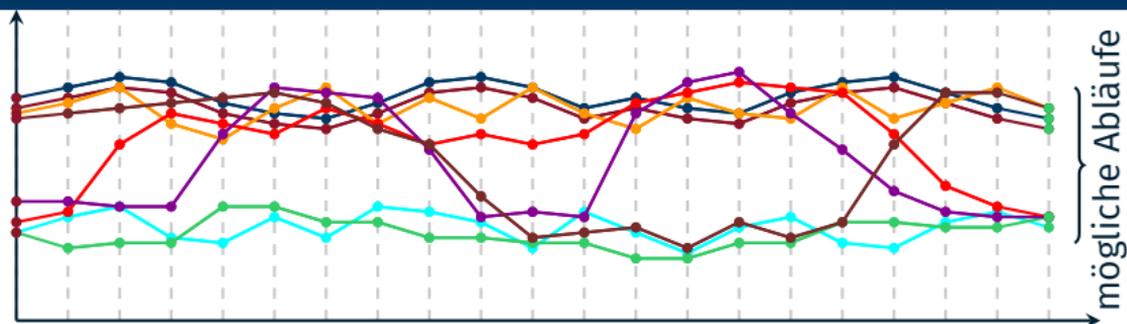
Zeile 3 $x_3 = [1, 9999]$

Zeile 4 $x_4 = [2, 10000]$

Zeile 7 $x_7 = [10000, 10000]$

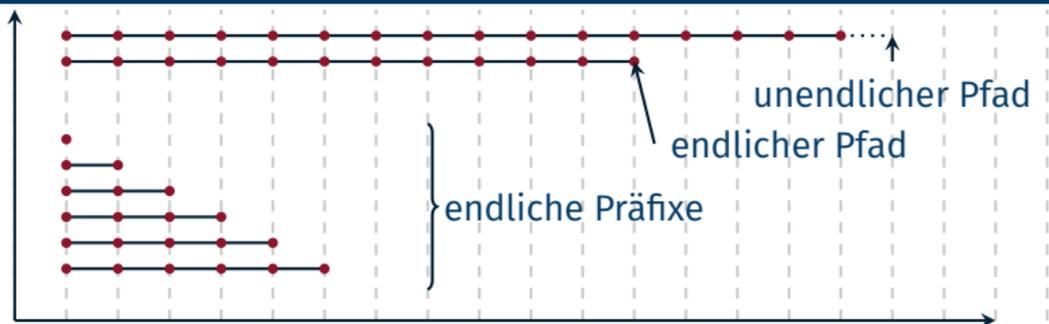


- Betrachte durch ein *Transitionssystem* beschriebene *Programmpfade*
 - Ausgehend von ausgezeichneten Startzuständen,
 - Beschreiben sie eine (unendliche) Abfolge von *Programmzuständen*,
 - Deren Reihenfolge durch die Übergangsrelation bestimmt wird.
- Die Gesamtheit dieser Programmpfade heißt *Pfadsemantik*
- Wie die konkrete Programmsemantik ist sie **nicht berechenbar**.



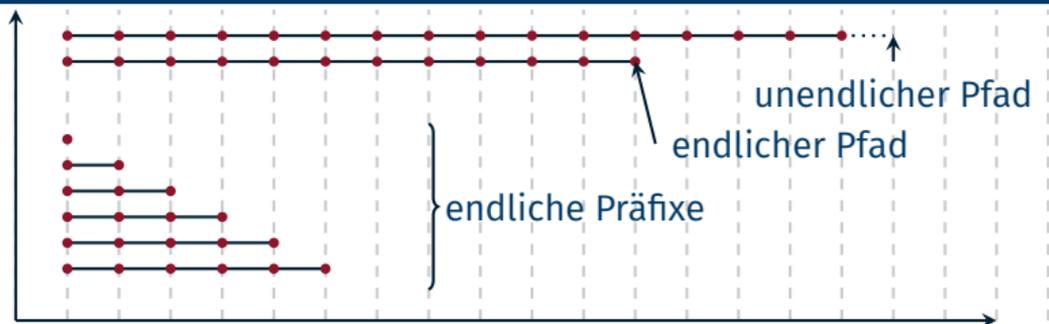
- Betrachte durch ein *Transitionssystem* beschriebene *Programmpfade*
 - Ausgehend von ausgezeichneten Startzuständen,
 - Beschreiben sie eine (unendliche) Abfolge von *Programmzuständen*,
 - Deren Reihenfolge durch die Übergangsrelation bestimmt wird.→ Die Gesamtheit dieser Programmpfade heißt *Pfadsemantik*
 - Wie die konkrete Programmsemantik ist sie **nicht berechenbar**.
- Reduktion der Komplexität durch *Abstraktion*
 - Unendliche Pfade \rightsquigarrow (endliche) *Pfadpräfixe*

Pfadpräfixe



- ☞ Pfadsemantiken enthalten alle endlichen und unendlichen Pfade
 - Pfadpräfixe enthalten nur die Anfänge dieser Pfade

Pfadpräfixe



- ☞ Pfadsemantiken enthalten alle endlichen und unendlichen Pfade
 - Pfadpräfixe enthalten nur die Anfänge dieser Pfade
- ⚠ Das ist eine **verlustbehaftete Abstraktion**
 - Beispiel: betrachte Worte der Sprache $a^n b$
 - Frage: Gibt es Worte mit unendlich vielen aufeinanderfolgenden 'a'?
 - Pfadsemantik: $\{a^n b | n \geq 0\} \mapsto$ **Nein**
 - Pfadpräfixe: $\{a^n | n \geq 0\} \cup \{a^n b | n \geq 0\} \mapsto$ **???** (maybe)

- 1 Vom Testen zur Verifikation
 - Der Compiler als Analysewerkzeug
 - Heartbleed-Bug & Fehlersuche
- 2 Abstraktion der Programmsemantik
 - Konkrete Programmsemantik
 - Abstrakte Programmsemantik
- 3 Analyse & Vereinfachung
 - Sammelsemantiken
 - Präfixsemantiken
- 4 Zusammenfassung

Vom Test zur Verifikation

- Statische Codeanalyse erlaubt die Extraktion der Programmsemantik
- Verschiedene Abstufungen von Verifikationstechniken

Konkrete Programmsemantik ist **nicht berechenbar**

- Approximation durch eine *abstrakte Semantik*
 - Korrektheit der Approximation ist entscheidend
 - Nur so kann man einen *Sicherheitsnachweis* führen
 - Die Approximation muss präzise sein
 - Nur so kann man *Fehlalarme* vermeiden
 - Die Approximation darf nicht zu komplex sein
 - Nur so kann sie *effizient berechnet* werden

Transitionssystem beschreiben Programme

- *Pfadsemantiken* beschreiben die konkrete Programmsemantik
- Approximation durch *Pfadpräfixe* und *Sammelsemantik*
 - Abstrakte Interpretation approximiert die Sammelsemantik

- [1] Cousot, P. :
Semantic foundations of program analysis.
In: *Program flow analysis: theory and applications* 10 (1981), S. 303–342
- [2] Cousot, P. :
Abstract Interpretation.
<http://web.mit.edu/16.399/www/>, 2005
- [3] Cousot, P. ; Cousot, R. :
Abstract Interpretation: A Unified Lattice Model for Static Analysis of Programs by Construction or Approximation of Fixpoints.
In: *Proceedings of the 4th ACM SIGACT-SIGPLAN Symposium on Principles of Programming Languages.*
New York, NY, USA : ACM, 1977 (POPL '77), S. 238–252

[4] Cousot, P. ; Cousot, R. :

Abstract interpretation frameworks.

In: *Journal of Logic and Computation* 2 (1992), Nr. 4, S. 511–547

[5] Cousot, P. ; Cousot, R. :

Abstract Interpretation and Application to Logic Programs.

In: *Journal of Logic Programming* 13 (1992), Jul., Nr. 2-3, S. 103–179.

[http://dx.doi.org/10.1016/0743-1066\(92\)90030-7](http://dx.doi.org/10.1016/0743-1066(92)90030-7). –

DOI 10.1016/0743-1066(92)90030-7. –

ISSN 0743-1066

[6] King, J. C.:

Symbolic execution and program testing.

In: *Communications of the ACM* 19 (1976), Nr. 7, S. 385–394

[7] Midtgaard, J. :

Abstract Interpretation.

<http://janmidtgaard.dk/aiws15/>, 2015

[8] Miné, A. :

The octagon abstract domain.

In: *Higher-order and symbolic computation* 19 (2006), Nr. 1, S. 31–100

[9] Nielson, F. ; Nielson, H. R. ; Hankin, C. :

Principles of program analysis.

Springer, 2015

[10] Rice, H. G.:

Classes of recursively enumerable sets and their decision problems.

In: *Transactions of the American Mathematical Society* 74 (1953), Nr. 2,
S. 358–366

[11] Turing, A. M.:

**On computable numbers, with an application to the
Entscheidungsproblem.**

In: *Journal of Math* 58 (1936), Nr. 345–363, S. 5